Универсальный язык для формального описания физических законов[1]

Эффективность средств массовой коммуникации тем выше, чем более унифицированы и чем более однозначно интерпретируемы понятия, которые представлены знаками систем массовой коммуникации»

В этом отношении максимальная эффективность восприятия содержания, передаваемого средствами массовой коммуникации, достижима при передаче математического содержания подготовленным математикам.

Несколько ниже эффективность передачи содержания физических теорий математическими средствами, так как исходные и частные физические понятия взаимосогласованы не столь четко, как математические. Однако углубление в специфику математических теорий как языка для описания физических явлений позволяет обнаружить новые богатые резервы согласования важнейших физических понятий и сделать, тем самым, средства массовой коммуникации для выражения физического содержания более эффективными. В данной работе это положение иллюстрируется на примере построения универсального математического языка для формального описания физических законов

I. Интуитивные и математические теории. В связи с тем, что для решения различных сложных задач появились мощные средства в виде быстродействующих вычислительных машин, резко возросла потребность выражать научные данные из различных областей науки и техники в виде математических моделей, математическая модель рассматривается нами как локальная математическая теория, логические следствия

---

[1] Автор: П.Г. Кузнецов. Текст публикуется согласно изданию: Семиотика средств массовой коммуникации. — М.: МГУ, 1973.

которой являются ПРЕДСКАЗАНИЯМИ и выводятся в виде формул или соотношений. Хотя понятие математической модели может использоваться в чистой математике, в данной работе это понятие рассматривается лишь как математическая модель физической реальности. С другой стороны, в понятие физической реальности мы включаем различные виды реальности, изучаемые физикой, химией, биологией, техникой, экономикой, социологией и медициной.

Несколько лет назад В.И. Беляковым-Бодиным (1966) была сформулирована задача о нахождении регулярного процесса отображения «интуитивной теории» (типа биологии или медицины) в математическую теорию. В данном случае рассматривается следующая постановка вопроса: имеется очень хороший специалист — биолог или врач. Каким образом от описания явлений природы на языке биолога или врача перейти к описанию тех же самых явлений на языке, который подобен языку математической физики или механики?

Очевидно, что математическая теория, которая описывает то, что знает специалист (биолог или врач), должна давать возможность делать предсказания в области биологии или медицины, которые совпадают с предсказаниями биолога или врача (мы остановились на профессиях врача и биолога только условно: с тем же правом можно говорить об экономисте или социологе).

Естественно, что первым фактом, который более всего бросается в глаза, был факт существенного отличия профессиональных языков от обычного языка и от языка математики. По этой причине нахождение регулярного процесса отображения интуитивной теории в математическую теорию или модель (мы рассматриваем математическую модель как частный случай математической теории) следовало искать на пути отождествления профессиональных языков с каким-нибудь из языков математики.

Различные разделы математики пользуются различными языками — тем не менее, общая тенденция к унифицированному математическому языку выражена в современной математике наиболее ярко. В настоящее время наиболее фундаментальные работы по созданию унифицированного математического языка предприняты двумя группами на противоположных сторонах земного шара. Одной из этих груш является группа Н. Бурбаки, которая поставила и в значительной мере реализовала задачу описания всей современной математики в языке теории множеств. Другой группой является группа японских математиков во главе с проф. К. Кондо, активно разрабатывавшая язык геометрии и тензорного анализа сетей Г. Крона для инженерных и научных проблем. Нам представляется, что для прикладных наук, которые подлежат отображению в математической теории (или модели) работы японской исследовательской ассоциации прикладной геометрии имеют неоценимое значение. Это не означает, что работы Н. Бурбаки представляют меньшую научную ценность (они достаточно хорошо оценены комитетом по Нобелевским премиям), но процесс перехода от интуитивного описания явлений природы к языку математики удобнее осуществлять в языке геометрии.

Однако математические теории отнюдь не представляют собой только символический язык: они включают в себя такие составные части, как аксиомы (или схемы аксиом), а также правила вывода. Очевидно, что этим составным частям математической теории должны соответствовать какие-то составные части интуитивных теорий. По этой причине мы считаем необходимым дать описание устройства всякой математической теории, следуя в этом описании Н. Бурбаки.

Мы вынуждены быть краткими, но те, кто интересуется строгостью, могут обратиться к главе I книги «Теория множеств». Эта глава и посвящается описанию формальной математики.

II. Описание формальной математики (структура математической теории). Любой научный текст представляет собой упорядоченную последовательность высказываний или утверждений. В этом смысле математические тексты не представляют исключения: любая формула или соотношение представляет собой символическую, можно сказать, стенографическую запись некоторого утверждения. Любой научный текст пишется буквами некоторого алфавита, а в некоторых случаях буквами двух или трех обычных алфавитов. Например, медицинские, ботанические и зоологические тексты часто используют не только русский алфавит, но и латинский для записей на латыни. Очевидно, что чтение этих текстов предполагает некоторый объединенный алфавит, который состоит как из русских букв, так и из букв латинского алфавита.

Математический язык, который используется для написания математических текстов, так же имеет алфавит, который состоит из букв и знаков. В настоящее время, когда широко используются вычислительные машины, проблема точности алфавита есть проблема того, какие буквы и знаки понимает «быстродействующий идиот», а какие буквы и знаки вычислительная машина не воспринимает. Точное определение алфавита, которое можно осуществлять с помощью вычислительной машины, приводит нас к первому компоненту математического языка: АЛФАВИТУ. Алфавит — это строго определенное число букв и знаков (включая пробел), которые используются для написания математических текстов. Очевидно, что одна математическая теория от другой может различаться по количеству и по составу букв и знаков алфавита, но могут быть тождественными по своему содержанию.

Следующим компонентом языка математической теории является словарь, т.е. список ТЕРМОВ. Этот список в интуитивных теориях обычно рассматривается, как список ТЕРМИНОВ, характеризующих ту или иную специальную теорию. Очевидно, что внешний вид терма или слова определяется некоторой последовательностью букв и знаков из алфавита. Однако не каждая последовательность букв и знаков заданного алфавита образует слово. Можно, например, по-русски написать рядом последовательность букв такого вида: *ный*, которые не представляют собою никакого слова русского языка. Для фиксации терминов математического языка применяются некоторые знаки, имеющие смысл утверждений, что объект, названный данным именем, существует. Математик может говорить, что существуют точки, прямые, плоскости и т.д., т.е. «что указанные выше термины являются словами выбранного словаря». В интуитивных теориях это звучало бы несколько необычно, например, если бы в книге по зоологии было записано, что существуют кошки или существуют мыши. Однако математика — наука строгая, и каждый вводимый в математическую теорию объект должен быть «узаконен» признаком существования. Совокупность всех узаконенных таким образом терминов и образует вторую часть языка математической теории, называемую СЛОВАРЬ.

Наконец, из слов, входящих в словарь данной математической теории, написанных буквами и знаками алфавита этой же теории, образуется ВЫСКАЗЫВАНИЯ или УТВЕРЖДЕНИЯ. Высказывания — это такие предложения обычного языка, относительно которых всегда уместно задать вопрос: «Является ли данное утверждение истинным?». Словосочетание «уместно задать вопрос» означает, что ответ всегда существует и может быть одним из двух: либо ДА, либо — НЕТ. Следует особенно подчеркнуть, что из одного и того же словаря образуются сразу ДВА ВЫСКАЗЫВАНИЯ, одно из которых является положительным утверждением, а другой — его отрицанием. Таким образом, число высказываний в формализованном тексте является ЧЕТНЫМ.

Казалось бы, что, отождествляя терминологию специальной теории с терминами математики, можно любой научный текст перевести на язык математики и, тем самым, иметь математические теории для всех наук. Однако запись фактов отдельных наук математическим языком не превращает текст в научную теорию. Действительно, каждое утверждение обычного языка можно записать символически и даже стенографически. Последнее означает, что термины можно обозначить отдельными буквами, а высказыванию придать вид соотношения или формулы. В этом случае обычный текст превратится в последовательность соотношений или формул (именно этим термином и называются утверждения, которые записаны символически). Однако — эта совокупность высказываний образует только третью (и последнюю) часть математического языка, не имеющую общепринятого наименования. Подобно тому, как список букв мы называли АЛФАВИТОМ, список слов — СЛОВАРЕМ, список всех высказываний в данном языке или список всех формул мы будем называть термином ФОРМАЛИЗМ.

Таким образом, язык математической теории состоит из трех списков:

1. Список букв и знаков — АЛФАВИТ;

2. Список терминов или слов — СЛОВАРЬ;
3. Список всех высказываний или формул — ФОРМАЛИЗМ.

На этом мы закончим наше знакомство с первым компонентом математической теории — математическим языком. Два других компонента, с которыми мы еще не имели дела, представляют собою АКСИОМАТИКУ И ПРАВИЛА ВЫВОДА.

Перейдем ко второму компоненту математической теории — к ее аксиомам. Кроме термина *аксиомы* употребляются также термины ПОСТУЛАТЫ или ПРАВИЛЬНЫЕ ФОРМУЛЫ. Поскольку на языке математической теории каждому утверждению соответствует его двойник-отрицание, то в процессе формулировки аксиом из этой пары высказываний выбирается одно, которое и объявляется ИСТИННЫМ. Это объявление одного из двух высказываний истинным в математике выполняется КОНСТРУКТОРОМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ, т.е. математиком. Это приводит к тому, что в математических текстах понятие «ИСТИНА» имеет совсем другой смысл, чем в обычных науках. Истина в математике тождественна НЕПРОТИВОРЕЧИВОСТИ, т.е. высказывание считается истинным, если оно не противоречит аксиомам. В свою очередь истинность аксиом, как указывалось выше, определяется конструктором теории.

Аксиомы математических теорий, вообще говоря, можно разделить на две группы:

1. Аксиомы, которые в данной теории выполняются всегда.
2. Аксиомы, которые в данной теории принимаются верными для некоторого частного случая.

В прикладных теориях типа математической физики, этим двум группам соответствует деление формул на два типа:

1. Формулы, которые в данной теории выполняются всегда, т.е. являются символической записью ЗАКОНОВ ПРИРОДЫ.
2. Формулы, которые в данной теории принимаются верными для некоторого частного случая, т.е. являются символической записью УСЛОВИИ (начальные, краевые и т.п.).

Введение аксиом, как постоянных, так и временных, расчленяет всю совокупность высказываний, т.е. формализм, на два множества: множество высказываний, которые не противоречат данной совокупности аксиом, и множество высказываний, которые противоречат данной совокупности аксиом.

Высказывания, которые не противоречат данному множеству аксиом, называются по-разному: теоремы, следствия, выводимые формулы. В прикладных теориях этому соответствуют ПРЕДСКАЗАНИЯ ТЕОРИИ. Таким образом, предсказания, выводимые из математической теории, имеют всегда вид формул, которые не противоречат аксиомам теории. Когда в прикладной теории записывают закон сохранения импульса, то это означает, что каждая выводимая формула не противоречит закону сохранения импульса. Когда в прикладной теории записывают закон сохранения энергии, то это означает, что каждая выводимая формула не противоречит закону сохранения энергии и т.д.

Следует обратить особое внимание на то, что каждая аксиома представляет собою утверждение, которое относится к ТЕРМИНУ из словаря данной теории. С другой стороны, каждая формула предсказания содержит в символическом виде некоторое утверждение опять-таки о ТЕРМИНЕ из словаря данной теории. Мы обращаем внимание на этот пункт потому, что математическая теория никогда не выходит за рамки своего СЛОВАРЯ.

Рассмотрев второй компонент математической теории, мы можем сделать некоторые выводы относительно интуитивных теорий: интуитивная теория может отображаться в математическую теорию или модель тогда и только тогда, когда она содержит прообразы будущих аксиом, т.е. ЗАКОНЫ. Математик в чистой математике может постулировать правильность любых формул, а отображение интуитивной теории в математическую может осуществляться лишь в соответствии с тем, что ПРАВИЛЬНО в самом механизме природы. Изучение фактического материала интуитивных теорий показывает, что из длинных текстов с большим трудом удается вылавливать те утверждения, которые в данной теории правильны всегда, т.е. ЗАКОНЫ. Зато интуитивные теории очень богаты примерами конкретных условий, в которых положение, верное в других условиях, является неверным в данном случае.

Чтобы закончить наше рассмотрение аксиоматики, вернемся к элементам множества высказываний, которые не противоречат аксиомам той и другой группы. В прикладной теории может случиться, что в этом множестве нет ни одного высказывания. Это может означать, что данное явление противоречит теории и не наблюдается. Если же эмпирические факты таковы, что явление имеет место, то говорят, что УСЛОВИЯ ПРОТИВОРЕЧИВЫ. С другой стороны, может случиться, что теория дает много различных возможных предсказаний, а наблюдается одно определенное решение. Тогда говорят, что условия недостаточны, т.е. некоторые условия не записаны в виде временных аксиом, необходимых для однозначного предсказания.

Последним компонентом математической теории являются ПРАВИЛА ВЫВОДА. Это правила преобразования одной формулы в другую без потери истинности. Наличие этих правил и позволяет преобразовать формулу гипотетического предсказания теории к виду, который допускает сравнение с аксиомами, т.е. допускает проверку формулы на отсутствие противоречий с аксиомами.

Можно сказать, что изложенное выше дает некоторое представление о структуре математической теории и позволяет начать обсуждение процедур, выполнение которых обеспечивает отображение интуитивной теории в теорию математического типа.

III. Корректность определения терминов для отображения в математическую теорию. Всем известна щепетильность математического ума в корректности определений. Математика требует, чтобы каждый термин теории понимался совершенно однозначно. Однако, в трактате Н. Бурбаки исходным понятием является понятие МНОЖЕСТВА, которое само предполагается хорошо определенным. Действительно, для корректности определения этого понятия сделано очень много, но мы изберем другой путь. Это не означает, что мы попытаемся уточнять это определение. У нас задача гораздо скромнее, чем задача, которую решали Н. Бурбаки. Мы уже говорили, что кроме языка теории множеств существуют другие математические языки, которые также пригодны для отображения в эти языки интуитивных теорий. Мы высказали утверждение, что язык геометрии может оказаться предпочтительным. Мы питаем слабость к математическому языку СЕТЕЙ, созданному Г. Кроном и развитому японской исследовательской ассоциацией прикладной геометрии. Г. Крон предполагал, что каждое математическое понятие может ассоциироваться с ИЗМЕРЕНИЕМ, и показал, что на этом пути не возникает никаких недоразумений. Поскольку наша работа посвящается НЕ МАТЕМАТИКЕ, а ПРИЛОЖЕНИЮ математики к различным областям науки и техники, то мы полагаем, что математический термин определен КОРРЕКТНО, если этот термин играет роль ИМЕНИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРИБОРА или комплекта измерительных приборов. Таким образом, математическая операция, вводящая квантор существования термина, ставится в соответствие измерительной процедуре: ТЕРМИН обозначает существующую величину (или группу величин) тогда и только тогда, когда СУЩЕСТВУЕТ измерительная процедура, которая в каждый момент времени ставит этому термину в соответствии ОТСЧЕТ (или ОТСЧЕТЫ) на шкале прибора. Физическое устройство приборов таково, что прибор в один и тот же момент не может иметь ДВУХ ЗНАЧЕНИЙ. Таким образом мы выполняем требование корректного или однозначного определения терминов. Процесс измерения ставит в соответствие каждому термину ЧИСЛО, которое отсчитывается на шкале прибора. Этот процесс отображения ТЕРМИНОВ в СЛОВАРЬ создаваемой математической теории позволяет отождествлять каждый термин с координатной осью некоторой гипотетической системы координат, обеспечивая ИМЕНА ОСЕЙ. Значение, которое имеет термин в данный момент, представляется в этой координатной системе ЧИСЛОМ, которое и можно отождествлять с координатой этого АРИФМИТЕЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА. Используемые нами понятия строго соответствуют тем, которыми пользовался О. Веблен в своей работе с Дж. Уайтхедом «Основания дифференциальной геометрии». Однако, понятию «геометрический объект» в нашем случае соответствует природное явление, а отображение в арифметическое пространство осуществляется с помощью шкал измерительных приборов.

Большинство известных математических моделей для самых разнообразных явлений природы построено на этом принципе. Это арифметическое пространство иногда называют «фазовым пространством» и поведение изучаемой системы представляют как траекторию представляющей точки в этом фазовом пространстве. Весьма подробное описание такого способа получения математических моделей изложено в работах, ставших классическими еще при жизни их автора У.Р. Эшби: во «Введении в кибернетику» и в «Конструкции мозга». Так как У.Р. Эшби решал ту же задачу, что и сформулированная В.И. Беляковым-Бодиным, то можно было бы следовать этому проторенному пути. Однако, несмотря на значительные успехи, которые достигнуты на таком пути, он оказывается НЕДОСТАТОЧНЫМ для задач повышенной сложности. Речь идет об ИНВАРИАНТАХ, которые представляют себя как законы природы. Методология У.Р. Эшби требует поиска инвариантов, которые и выражают законы природы, но поиск инвариантов в указанном арифметическом пространстве близок к поиску иголки в стоге сена. В настоящее время, когда накоплен значительный опыт экспериментального наблюдения сложных систем и когда обработаны гигантские массивы данных по таким траекториям в фазовом пространстве, становится ясным, что должны существовать признаки, которым удовлетворяют искомые инварианты, у инвариантов, которые описывают законы природы, должны существовать такие свойства, по которым их можно было бы «извлекать» из экспериментальных данных.

Здесь мы должны сделать маленькое отступление от математической темы. Вероятно, что не только математическая наука занималась инвариантами, в которых математически записываются законы природы. Законами занимались и философы, которые различали такие понятия, как СУЩНОСТЬ и ЯВЛЕНИЕ. В переводе на язык математики — СУЩНОСТЬ — это ИНВАРИАНТ, а явление — это проекция данной сущности в частную систему координат. Современная физика (не без помощи математики) пришла к выводу, что законы природы надо записывать в инвариантной форме, т.е. в форме, которая не зависит от выбранной системы координат. Этот способ записи и дается тензорным анализом, родившимся на геометрической почве, благодаря работам Риччи и Леви-Чивитта.

Однако в исследовании законов философский анализ показывает, что имеются СУЩНОСТИ различных порядков, т.е. понятие СУЩНОСТЬ относительно; то, что относительно одного класса явлений представляется как сущность, само представляет собой явление по отношению к сущности более высокого порядка. В переводе на математический язык это означает, что должна существовать иерархия инвариантов и что любой инвариант теряет свое значение перед инвариантом более глубокой сущности. Возвращаясь к обыденному языку, можно сказать, что ДОЛЖНА СУЩЕСТВОВАТЬ такая иерархия физических законов, которая включает имеющиеся законы как частный случай каких-то более фундаментальных законов. Таким образом, задача отображения интуитивной теории в математическую модель представляет собою задачу установления инвариантов различных наук, которые каким-то образом должны соотноситься с известными инвариантами современных физических теорий. К решению этой задачи мы и переходим.

Возвращаясь к природе аксиом, мы видим, что каждая аксиома представляет собою утверждение относительно СЛОВАРЯ данной теории. Мы предложили в качестве СЛОВАРЯ использовать ИМЕНА ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ. Следовательно, аксиомы нашей теории не могут быть ни чем иным, кроме как утверждениями относительно показаний приборов. С другой стороны, рассматривая понятие ИНВАРИАНТ, мы пришли к выводу, что законы природы есть утверждения о СОХРАНЕНИИ некоторых величин как о их неизменности. Следовательно, законы природы есть утверждения о сохранении величин, измеряемых приборами. И, наконец, последний вывод: может существовать (в принципе) столько законов природы, сколько имеется величин, доступных для измерения приборами.

Приведем некоторые примеры. Рассмотрим «абсолютно твердое тело», которое может рассматриваться как понятие физики и как понятие геометрии. «Закон», выражающий движение твердого тела, формулируется как инвариантность РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ ДВУМЯ ТОЧКАМИ. Инвариантом в данном случае является понятие ДЛИНА, т.е. понятие, которое доступно измерению физическим прибором. Рассмотрим кинематику точки, т.е. движение некоторой точки, изображающей движение тела. Для того, чтобы картина явления не осложнялась привходящими обстоятельствами, будем рассматривать движение точки в плоскости X – Y. По оси Y мы будем откладывать пройденный точкой путь, а по оси X — время движения. «Закон» движения точки представим в виде степенного ряда (этот пример обладает гораздо большей наглядностью, если пользоваться, как отметил Г.Н. Поваров, рядом Тейлора):

$$Y(X) = A_0 + A_1X + A_2X^2 + A_3X^3 + A_4X^4 + \dots ,$$

где $Y(X)$ — пройденный путь, X — время, A_0, A_1, ... A_n ... — коэффициенты. Нас в этом законе движения интересуют КОЭФФИЦИЕНТЫ представленного ряда. В левой стороне уравнения стоит величина, которая имеет размерность ДЛИНЫ. Следовательно, каждый терм имеет эту же размерность. Однако в каждый терм, за исключением первого, характеризующего начальное «смещение» точки, входит ВРЕМЯ в различных степенях. Следовательно, коэффициенты нашего ряда представляют собою ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ, которые обладают различной размерностью:

A_1 — «скорость», имеющая размерность $[L^1T^{-1}]$,

A_2 — «ускорение», имеющее размерность $[L^1T^{-2}]$,

A_3 — «изменение ускорения за единицу времени», имеющее размерность $[L^1T^{-3}]$ и, вообще, любой коэффициент в этом ряду, имеющий степень при X, равную S, имеет размерность $[L^1T^{-S}]$. Легко заметить, что каждый коэффициент этого ряда, по крайней мере в принципе, МОЖЕТ БЫТЬ ИЗМЕРЕН, т.е. может быть поставлен во взаимное соответствие с ИМЕНЕМ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРИБОРА.

Рассмотрим «усеченный» ряд, полагая в качестве возможного «закона природы» постоянство величины ускорения. Пользуясь постоянством величины ускорения весомых тел на земле, мы измеряем их массы через силу притяжения к земле. Таким образом, «закон постоянства ускорения» используется современной физикой в операции взвешивания. Хорошо известно, что этот «закон» является приблизительным даже на Земле, т.к. величина ускорения зависит от географической широты. Тем не менее он выражает некоторую сущность (невысокого порядка), но эта сущность — всего лишь ЯВЛЕНИЕ в законе тяготения, где ускорение само является функцией масс взаимодействующих тел и расстояния между ниш.

Тем не менее вся совокупность коэффициентов этого ряда представляет собою список физических величин, доступных (в принципе) измерению с помощью физических приборов.

Осложним наш пример. Будем рассматривать движение точки в пространстве, т.е. от одной координаты перейдем к трем координатам (или от размерности пространства один к пространству с размерностью *три*). Нетрудно видеть, что переход от одномерного пространства к трехмерному пространству не влияет на РАЗМЕРНОСТЬ КОЭФФИЦИЕНТОВ степенного ряда. Это позволяет сделать и следующее обобщение: переход к закону движения точки в пространстве K измерений не изменяет вида физических величин, т.е. не изменяет их размерности.

Рассмотрим другой пример. Нам дана некоторая поверхность, которая имеет определенную величину ПЛОЩАДИ, т.е. дана физическая величина, имеющая размерность $[L^2T^0]$. Представим себе, что величина этой поверхности изменяется с течением времени. Тогда «закон» изменения поверхности во времени можно представить в виде подобного степенного ряда, как это мы делали для пути, пройденного точкой. Рассмотрим коэффициенты этого ряда. Первый коэффициент дает значение площади в начальный момент времени. Следующий коэффициент имеет смысл «скорости изменения площади», т.е. опять является физической величиной, имеющей размерность $[L^2T^{-1}]$. Как и в предыдущем примере признание этой величины «инвариантом» должно приводить к представлению о физическом законе, который весьма напоминает такое выражение: «Радиус-векторы планет за равные промежутки времени описывают равные площади», — что соответствует закону Кеплера. Вероятно, что могут существовать и другие явления, для которых утверждения об инвариантности коэффициентов этого ряда имеют смысл законов природы. Общая формула размерности коэффициентов этого ряда [L^2T^{-S}] отличается от предыдущей тем, что содержит степень длины, равную двум.

Рассмотрим еще один пример, полагая, что нам дано тело определенного объема. Поступим с ним так же, как и в двух предыдущих случаях, т.е. представим объем тела, имеющий размерность [L^3T^0] как величину, зависящую от времени. Мы получим новый ряд физических величин, имеющих обобщенную формулу размерности вида [L^3T^{-S}]. Как и в предыдущих примерах, возьмем какой-нибудь коэффициент этого ряда, например, член [L^3T^{-2}]. Введем постулат, что существует класс физических явлений, для которого названная величина является ИНВАРИАНТОМ. Поищем какое-нибудь физическое утверждение, которое напоминает нам следующее: «Отношение куба расстояния планеты от Солнца к квадрату периода обращения есть величина постоянная», — что опять соответствует закону Кеплера.

Обобщая рассмотренные выше примеры, выскажем следующее утверждение: ФИЗИЧЕСКОЙ ВЕЛИЧИНОЙ, ДОСТУПНОЙ ИЗМЕРЕНИЮ ПРИБОРОМ, ЯВЛЯЕТСЯ ВСЯКАЯ ВЕЛИЧИНА, КОТОРАЯ ДАЕТСЯ ФОРМУЛОЙ РАЗМЕРНОСТИ СЛЕДУЮЩЕГО ВИДА:

$A\ [L^RT^S]$,

где R и S — ЦЕЛЫЕ (ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ ИЛИ ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ) ЧИСЛА.

Поскольку законы природы представляют собою утверждения об ИНВАРИАНТНОСТИ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН, то наше предыдущее утверждение превращается в следующее утверждение:

ФИЗИЧЕСКИМ ЗАКОНОМ НАЗЫВАЕТСЯ УТВЕРЖДЕНИЕ ОБ ИНВАРИАНТНОСТИ ФИЗИЧЕСКОЙ ВЕЛИЧИНЫ, ДАВАЕМОЙ ФОРМУЛОЙ РАЗМЕРНОСТИ $[L^R T^S]$,

т.е. $A\,[L^R T^S] = const$,

где R и S — целые (положительные или отрицательные) числа.

Поскольку R и S — целые числа, то можно построить бесконечную таблицу с целочисленными значениями степеней $[L]$ и $[T]$, которую можно назвать «ТАБЛИЦА ВОЗМОЖНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАКОНОВ».

Если приведенные нами рассуждения справедливы, то процесс отображения интуитивной теории в математическую теорию приобретает следующий вид.

1. Отождествите термины интуитивной теории с величинами таблицы.
2. Выделите среди утверждений интуитивной теории те, которые относятся к величинам, остающимся неизменными в данном классе явлений.
3. Отметьте те величины, которые изменяются, и найдите для каждой из них такую пару, которая после умножения на данную величину, дает размерность инвариантной величины.
4. Отождествите переменные величины с КО- и КОНТРАВАРИАНТНЫМИ составляющими, а ИНВАРИАНТ — с соответствующим ТЕНЗОРОМ.

Проведенное рассмотрение, по нашему мнению, должно показать причину встречающейся неадекватности некоторых экономико-математических моделей реальной действительности. С другой стороны, становится понятным предупреждение Н. Винера об опасности писать системы дифференциальных уравнений для научных дисциплин, которые не имеют корректно определенных терминов и не имеют явно сформулированных законов.

Последняя часть настоящего сообщения посвящается непосредственно АНАЛИЗУ РАЗМЕРНОСТЕЙ как физико-математическому инструменту. Мы должны получить уверенность, что приведенные выше утверждения не противоречат известному методу анализа размерностей.

IV. Анализ размерностей. В большинстве руководств по анализу размерностей используются ТРИ размерные физические величины: масса, длина и время. Сделанное выше утверждение о физических величинах: и о физических законах будет признано справедливым, если из числа размерных величин можно элиминировать массу.

По этому вопросу существуют различные точки зрения. Мы приведем эти точки зрения без комментариев, предлагая комментировать эти точки зрения читателю.

Точка зрения академика Л.И. Седова, высказанная им в монографии «Методы подобия и размерности в механике». М., Наука, 1967.

«Нетрудно видеть, что число основных единиц измерения можно взять и меньшим трех. В самом деле, все силы мы можем сравнивать с силой тяготения, хотя это неудобно и противоестественно в тех вопросах, в которых сила тяготения не играет роли. В физической системе единиц сила вообще определяется равенством $F = ma$, а сила тяготения — равенством

$$F' = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где γ есть гравитационная постоянная, имеющая размерность $[\gamma] = [M^{-1}L^3T^{-2}]$. Подобно тому, как размерную постоянную механического эквивалента тепла можно заменить безразмерной постоянной при изменении количества тепла в механических единицах, так и гравитационную постоянную можно считать абсолютной безразмерной постоянной. Этим определится размерность массы в зависимости от L и T: $[m] = M = L^3T^{-2}$. Следовательно, в этом случае изменение единицы массы полностью определяется изменением единиц измерения для длины и времени. Таким образом, рассматривая гравитационную постоянную как абсолютную постоянную, мы будем иметь всего две независимые единицы измерения» (стр. 16).

Следующая позиция — это позиция академиков Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшица, высказанная ими в книге «Курс общей физики. Механика и молекулярная физика». М., Наука, 1969 г.

«... можно было бы поступить аналогичным образом и с законом тяготения Ньютона. Именно, если положить равной единице гравитационную постоянную, то тем самым мы установили бы некоторую единицу для массы. Эта единица будет очевидно, производной по отношению к единицам *см* и *сек*, и ее размерность по отношению к ним будет $см^3/сек^2$...

...мы видим, что, в принципе, можно построить систему единиц, в которой единственными произвольными единицами будут только единицы длины и времени, для всех же остальных величин, включая и массу, могут быть построены производные единицы. Такая система единиц на практике не применяется, но возможность ее построения лишний раз указывает на условность системы СГС» (стр. 67–68).

Наконец, приведем точку зрения проф. А.А. Гухмана, высказанную им в монографии «Введение в теорию подобия», М., Высшая школа, 1963.

«В системе первичных величин M, L, T. сила является величиной вторичной и вводится посредством определительного уравнения, основанного на втором законе Ньютона. Соответствующая формула размерности имеет вид $[F] = MLT^{-2}$. Однако сила непосредственно связана с первичными величинами также законом всемирного тяготения, согласно которому она определяется как величина, пропорциональная произведению из масс взаимодействующих тел и обратно пропорциональная квадрату расстояния между ними. Мы вновь пришли к случаю двух различных отношений, каждое из которых может служить в качестве определительного для одной и той же величины (силы f). Поскольку первое из них уже принято в качестве определительного, мы сохраняем во втором размерную постоянную и записываем его в виде:

$$f = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где m_1 и m_2 — массы взаимодействующих тел; r — расстояние между ними; γ — размерная постоянная, называемая постоянной тяготения (гравитационной постоянной)

Соответствующее символическое уравнение

$$[F] = [\Gamma]M^2L^{-2}$$

сразу приводит к формуле размерности гравитационной постоянной:

$$[\Gamma] = [F]M^{-2}L^2 = M^{-1}L^3T^{-2}.$$

Если бы мы пожелали избавиться от постоянной тяготения, то это привело бы к необходимости перевести одну из первичных величин в разряд вторичных (например, положить $[M] = L^3T^{-2}$). Легко понять, что в этом случае коренная ломка всей системы размерностей (и, естественно, единиц измерения) неизбежна. Поэтому, в отличие от предыдущего примера, мы должны признать исключение размерной постоянной безусловно нецелесообразным» (стр. 240–241).

Итак, существует несколько точек зрения, каждая из которых не опровергает нашей гипотезы. Несколько отлична наша точка зрения от точки зрения А.А. Гухмана: мы считаем, что пойти на коренную ломку всей системы размерностей все-таки стоит, ибо, как мы видели, в этом случае все физические законы получают единую операциональную интерпретацию через процедуры измерения и оказываются взаимонесогласованными и соотнесенными не менее четко, чем математические понятия. А это, в свою очередь, как уже отмечалось, делает массовую коммуникацию, использующую предлагаемый формальный язык описания физических законов, максимально эффективной.